

OLIMPIADA LOCALĂ DE MATEMATICĂ

13 FEBRUARIE 2010

CLASA A VI-A

1. a) Să se demonstreze că $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$

b) Să se calculeze suma $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{600}$

c) Să se arate că $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{20^2} < \frac{39}{20}$.

d) Determinați $n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât să aibă loc egalitatea:

$$1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+n} = \frac{200}{101}$$

2. Numerele a, b, c reprezintă măsurile în grade a trei unghiuri. Aflați aceste măsuri, știind că: a și b sunt invers proporționale cu 0,5 și 0,3; b și c sunt direct proporționale cu $\frac{1}{4}$ și $\frac{1}{3}$; c reprezintă 40% din măsura suplementului lui a .

3. A, B, C, D sunt patru puncte coliniare astfel încât: $B \in [AC]$, $C \in [BD]$, $BC = 3 \cdot AB$ și $CD = 2 \cdot BC$. Aflați lungimile segmentelor $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ știind că M și N sunt mijloacele segmentelor $[AC]$, respectiv $[AD]$, iar $MN = 15$ cm.

4. Există numere naturale care se termină cu 548 și se divid cu 584?

NOTA Toate subiectele sunt obligatorii; fiecare subiect are 7 puncte; timp de lucru 3 ore.